CONCURSUL DE MATEMATICĂ

“MATH LEAGUE”

Barem

25 NOIEMBRIE 2023

Anul școlar 2023 – 2024

Clasa 6

SUBIECTUL I

5p	**1.d**
5p	**2.** a
5p	**3.** a
5p	**4.** c
5p	**5.** c
5p	**6.** c

SUBIECTUL al II-lea

10p	**1.** 8
10p	**2.** $card\ B \geq card\ A$
10p	**3.** a=7 si b=2

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. ***(30 de puncte)***

30p	1. **a)** $A = \{2, 7, 12, 27\}$ sau orice alt exemplu care satisface cerinta. Explicatie: 7-2=5, care este divixibil cu 5. 12-2=10, care este divizibil cu 5. 12-7=5, care este divizibil cu 5. 27-2=25, care este divizibil cu 5.

	27-7=20, care este divizibil cu 5. 27-12=15, care este divizibil si cu 3 si cu 5. **b)** $A = \{2, 5, 11, 2012\}$ sau orice alt exemplu care satisface cerinta. Explicatie: 5-2=3, care este divizibil cu 3. 11-2=9, care este divizibil cu 3. 11-5=6, care este divizibil cu 3. 2012-2=2010, care este divizibil si cu 5 si cu 3. 2012-5=2007, care este divizibil cu 3. 2012-11=2001, care este divizibil cu 3. **c)** Fie multimea data $A = \left\{a_1, a_2, ..., a_{15}\right\}$. Daca scriem toate elementele din A in functie de un numar oarecare x, atunci un element oarecare din multimea A se va scrie $a_i = x + p_i$, unde p_i este un multiplu de 3 sau de 5. Notam cu S suma elementelor lui A: $S = a_1 + a_2 + ... + a_{15} = x + p_1 + x + p_2 + ... + x + p_{15} =$ $= 15 \cdot x + p_1 + p_2 + ... + p_{15}$. Evident $15 \cdot x$ se divide cu 5 si cu 3, iar $p_1 + p_2 + ... + p_{15}$ se divide cu 5 sau cu 3, fiind o suma de elemente ce se divid cu 5 sau cu 3. Asadar, fiind suma de elemente ce se divid cu 3 sau cu 5, S se va divide cu 3 sau cu 5.
30p	**2.** **a)** $A = \{2, 4, 6\}$ si $B = \{1, 4, 22\}$. Cum nici unul dintre elementele cu B nu se divide cu 6, atunci multimea A nu divide multimea B. **b)** $A = \{2, 16, 64\}$ si B=$\{4, 32, 64\}$ sau orice alt exemplu care satisface cerinta. Explicatie: $2\|4,\ 16\|32,\ 64\|64 \Rightarrow A\ divide\ B.$ $4\|16,\ 32\|64,\ 64\|64 \Rightarrow B\ divide\ A.$ **c)** Fie A si B oricare doua multimi de forma: $A = \left\{a^1, a^3, ..., a^{1999}, a^{2000}\right\}$

	$B = \{a^2, a^4, ..., a^{1998}, a^{200}\}$, cu a un numar natural nenul. Pentru a determina cardinalele fiecaror multimi analizam exponentii. Exponentii puterilor din multimea A sunt primele 999 numere impare si numarul 2000, deci $card\ A = 1000$. Exponentii puterilor din multimea B sunt primele 1000 numere pare, deci $card\ B = 1000$. Fiecare element din A, mai putin ultimul este de forma $a^{2\cdot n+1}$ deci va divide elementul din B de forma $a^{2\cdot n+2}$ pentru fiecare n de la 0 la 999. Ultimul element, a^{2000} se divide cu el insusi. Asadar, putem trage concluzia ca A divide B si ca B divide A, amandoua avand 1000 de elemente.